



TITLE:

# Dilute solution of $\text{He}^3$ in superfluid $\text{He}^4$

AUTHOR(S):

都築, 俊夫; 恒藤, 敏彦

---

CITATION:

都築, 俊夫 ...[et al]. Dilute solution of  $\text{He}^3$  in superfluid  $\text{He}^4$ . 物性研究 1967, 8(1): A74-A76

ISSUE DATE:

1967-04-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/85999>

RIGHT:

# Dilute solution of $\text{He}^3$ in superfluid $\text{He}^4$

都 築 俊 夫 (九大理)

恒 藤 敏 彦 (阪大基工)

$\text{He}^4$  中にとけた非常に稀薄な  $\text{He}^3$  の、 $0^\circ\text{K}$  近くでの

- (1) 準粒子の velocity independent interaction
- (2) velocity dependent interaction
- (3) 準粒子の single particle properties

を調べた。相互作用のみなもととしては、統計のちがいと力学的なものとうかがうが、 $\text{He}^3$  の密度が十分小さいので、前者はほとんど無視出来よう。このように考えると、我々の系の特有な性質、即ち相互作用を解明する基本点は

- (i) solution のなかの任意の2つの粒子間の力の方は全く同一である。
- (ii)  $\text{He}^3$  は質量が  $\text{He}^4$  より小さいので、零点振動の大きさが  $\text{He}^3$  の方が少し大きい。

に集約出来る。長波長極限における相互作用への  $\text{He}^4$  の寄与は、フォノン一個を virtual に交換させることにある (フェルミ速度は、 $\text{He}^4$  の音速に比して非常に小さい) とすると、媒質のなかでの  $\text{He}^3$  準粒子の直接の相互作用を  $\tilde{K}_{33}$ 、準粒子が一個のフォノンを吸いあるいは放出する vertex part を  $\tilde{K}_{34}$  とかくと

$$\tilde{K}_{33} + |\tilde{K}_{34}|^2 < \rho_{4k}^+ \rho_{4k} > \quad (1)$$

で有効相互作用は与えられる。ここで  $< \rho_{4k}^+ \rho_{4k} >$  は基底状態での  $\text{He}^4$  の密度相関関数で

$$< \rho_{4k}^+ \rho_{4k} > = (n_4 k^2 / m_4) / (k_0^2 - s^2 k^2) ; k \rightarrow 0 \quad (2)$$

で与えられる。従つて、相互作用の一定部分は、音速を  $\text{He}^4$  間の vertex part  $\tilde{K}_{44} = m_4 s^2 / n_4$  で表わすと

$$-\tilde{K}_{44} \left\{ \left( \frac{\tilde{K}_{34}}{\tilde{K}_{44}} \right)^2 - \left( \frac{\tilde{K}_{33}}{\tilde{K}_{44}} \right) \right\} \quad (3)$$

となる。 $\tilde{K}_{ij}$  は molar volume  $v_3, v_4$  (夫々  $\text{He}^3, \text{He}^4$  に対する) を用いて

$$\begin{aligned}\tilde{K}_{34} &= \{1 + (v_3 - v_4)/v_4\} \tilde{K}_{44} \\ \tilde{K}_{33} &= \{1 + 2(v_3 - v_4)/v_4\} \tilde{K}_{44}\end{aligned}\quad (4)$$

と表わすことが出来るので、(3)は結局

$$- \left( \frac{v_3 - v_4}{v_4} \right)^2 \cdot \frac{m_4 s^2}{n_4} \quad (5)$$

となる。即ち、準粒子間の直接の相互作用（斥力）がフォノンの交換による引力により打ち消され、更に、おつりとして弱い引力が残ることを示している。これが、我々により微視的モデル計算により、Baym により巨視的考察により明らかにされた physical picture である。Baym の方法はうまい仕方であるが、少し分りにくいので、Landau の準粒子相互作用の original concept に帰つて、我々及び、Bardeen, Baym, Pines 及び Baym の考え方を解説的に報告した。

$\text{He}^3$  は運動しているので、そのまわりに  $\text{He}^4$  の backflow が作られている。これはフォノンにより表わされるのであるが、このために、準粒子の速度に依存した力が準粒子間に働いてもよいと思われる。しかも、速度に無関係な先述の部分は非常に弱められているので、例え、フェルミ速度が音速に比して十分小さいからと云つても、速度に依存した力が無視出来る（これはいずれにせよ  $(v_F/s)^2$  の factor をもつだろうから）とあらかじめ断定出来ない。我々は巨視的方法及びモデル計算により、dipole-dipole 型のものに限つて調べこの力は、準粒子のきているフォノンのところも即ち、 $\delta m_3^* = m_3^* - m_3$  ( $m_3^*$  有効質量) に比例することを示した。backflow がフォノンの衣であることから当然の結果である。実験データを使うと、この力は速度に無関係な力の高々 20% 以下であることが分る。

有効相互作用の長波長極限における  $\vec{k}$  依存性即ち曲率の問題は、巨視的考察ではむづかしい。dilute gas model を用いて調べた。もともと(1)により、 $k$  依存性が密度相関関数のそれにより決まると考えると、real phonon spectrum は negative curvature をもつので、有効相互作用も negative

## 研究会報告

curvature をもつように見える。(Bardeen 達の現象論的相互作用は positive curvature をもつ) dilute gas model によれば、ガスパラメータ程度の補正は、フォノン spectrum への効果として、curvature を negative な方向へ向けようとするが、準粒子-フォノン間の vertex part への  $k$  に依存した補正は positive な方向に働き、前者を打消して、全体として positive curvature を与えるようになることを示した。

更に準粒子の chemical potential, effective mass, excitation spectrum の表式を与えた。

## $\text{He}^4$ にとけた $\text{He}^3$ の相互作用

大 見 哲 巨 (名大・理)

$\text{He}^4$  の中に  $\text{He}^3$  を少量と加したときの有効相互作用を求める。

### § 1 ユニタリー変換による方法

Fermion を Boson の中に入れたとき、Fermion の量が少いとすれば、Fermion の存在による Boson への影響は一応無視出来ると考えられるので、Boson に対しては、Bogolubov 近似をとる。

次にユニタリー変換を行つて phonon の吸収放出の項を消す。実際には、ユニタリー変換を展開して、phonon と Fermion の運動エネルギー ( $H_0$ ) の一次の展開が、phonon の吸収、放出の項 ( $H'$ ) を打消すように変換の係数をきめる。

このユニタリー変換が、物理的には Fermion が phonon の mode に参画し、Fermion 自身は着物を着たことになるということが、Fermion 及び phonon operator の変換を見れば見当がつくし又、運動方程式の方法で確かめることが出来る。

Fermion-Fermion の相互作用の項は  $H_0$  の二次及び  $H'$  の一次の展開から